

OPTIMIZACIÓN DE MATERIALES MEDIANTE PATRONES DE CORTE EFICIENTE

Aplicación a la **INDUSTRIA** de la construcción¹

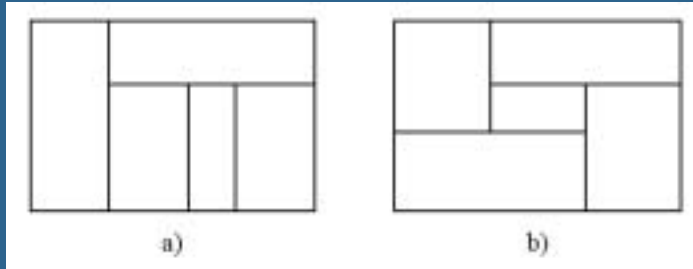
El presente estudio propone el uso de un algoritmo comúnmente utilizado en la rama de investigación de operaciones, en conjunto con la programación dinámica, para minimizar el desperdicio de materiales. Para este fin es necesario optimizar los cortes en el material mediante patrones de corte eficientes. Se aplica la metodología propuesta con un ejemplo de cortes de varilla que minimice el desperdicio, y en consecuencia, el costo directo por materiales.

En la industria resulta común encontrar que diversos materiales como lo son papel, tela, plástico, madera, tubos, láminas de metal o varillas, etc., empleados como materia prima para distintos fines, y por lo general, producidos por un fabricante el cual más tarde proveerá de dichos artículos a una gama de clientes



FRANCISCO J. RVERO ÁNGELES*
EDUARDO GÓMEZ RAMÍREZ**
Y ALEJANDRO FLORES MÉNDEZ**

Figura 1 Cortes en forma de guillotina



con requerimientos específicos sobre el producto.

Uno de tales requerimientos es la dimensión del material a necesitarse, por lo cual no es raro que el fabricante o proveedor cuente con maquinaria o moldes que le permitan producir materiales con distintas variaciones sobre sus dimensiones. Sin embargo, a pesar de las diversas variaciones que el proveedor de materia prima puede brindar, múltiples necesidades del cliente difieren de todas éstas. De tal forma, el productor se ve obligado a cortar para darle alguna variación sobre

su producto con el fin de satisfacer los pedidos. Dichos cortes son efectuados comúnmente por cuchillas rectas que rebanan la materia prima por sus distintos lados para obtener así las dimensiones estipuladas.

Por lo antes expuesto resulta claro que la decisión sobre la variación del corte y la forma de hacerlo provocará un desperdicio del material en mayor o menor medida, reflejándose esto directamente en el costo de fabricación. El objetivo entonces es satisfacer el pedido de un cliente haciendo todo de la manera más eficiente, a lo que se le conoce como el problema de Corte de Guillotina, que fue una de las primeras aplicaciones de los métodos de Investigación de Operaciones. En 1939, Kantorovich (1960) dio una formulación utilizando Programación Lineal para solucionar el Problema de Corte de Guillotina. El primero y más significativo avance para su resolución en el caso unidimensional se centró en el trabajo realizado por Gilmore y Gomory (1961), quienes utilizaron el método de Generación de Columnas.

A partir de ese momento, el método se ha explotado ampliamente para resolver diversas instancias de dicho problema, teniendo particular impacto en una gran variedad de procesos industriales. Una aplicación importante se da en la industria de la construcción, pues el desperdicio puede ser un factor importante en el costo directo de la obra.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los fabricantes y proveedores tienen la necesidad de cortar los materiales en piezas de distintos tamaños para satisfacer la demanda de sus clientes. El Problema de Corte de Guillotina (PCG) consiste entonces en hallar una forma eficiente para efectuar dichos cortes.

La estructura de un PCG contiene los datos de un conjunto L , cuyos elementos definen cuerpos geométricos en n -dimensiones y que se asocian con la materia prima. Asimismo, hay otro conjunto D de parejas ordenadas, las cuales se refieren a la lista de pedidos o demanda donde para



toda pareja (b, l) , b indica la cantidad de elementos requeridos y l sus dimensiones. Finalmente, todo PCG necesita identificar la forma en que se harán los cortes sobre la materia prima. El proceso de corte se inicia en uno de los extremos del material en forma de cortes de guillotina (fig. 1).

En la figura 1 el elemento A muestra un ejemplo de cortes de guillotina en dos dimensiones, mientras que los cortes de la figura B no son cortes de guillotina.

En el caso de un Problema de Corte de Guillotina Unidimensional (PCGU) la materia prima está arreglada en rollos, tableros, láminas o barras, y el cliente señala el largo con la que dicha materia prima debe de cortarse.

A la forma específica en que el fabricante decide recortar alguna variación de la materia prima para conseguir las dimensiones estipuladas se le conoce como un patrón de corte (o simplemente patrón). A la cantidad del patrón de corte no empleada para satisfacer una demanda se le conoce como desperdicio.

Un patrón de corte eficiente es aquél cuyo desperdicio es menor a la longitud más pequeña de los elementos en el pedido. Por tanto, el PCG de manera formal se refiere a identificar el conjunto de patrones de corte y variaciones sobre las medidas de la materia prima que permitan cumplir con la demanda mientras se responde al objetivo de minimizar el desperdicio. En otras palabras, consiste en minimizar el costo total para responder a la demanda. El costo total se calcula como el número de unidades usadas de cada variación original de la materia prima por el costo unitario de cada una de éstas.

Considérese el siguiente ejemplo: suponga que se cuenta con una cantidad infinita de tubos de cinco m de largo con un precio unitario de 10 pesos y que el cliente solicita un pedido por un total de 20 tubos de dos m de largo y 10 más de tres m. Es claro que una forma de satisfacer el pedido es tomar un patrón que seccione los tubos a los tres m y utilizarlo para cortar 20 tubos. Como resultado tendremos 20 tubos de tres m y 20 más de dos m; en otras palabras, hay un desperdicio de 30 m (10

tubos de tres m). Por otro lado, si se considera el costo total que implica satisfacer la demanda es de 200 pesos.

Evidentemente se satisface la demanda, pero debe resultar igualmente obvio que si el objetivo buscado es cubrir la demanda con el mínimo desperdicio, o con el mínimo costo total, ésta no es la mejor solución.

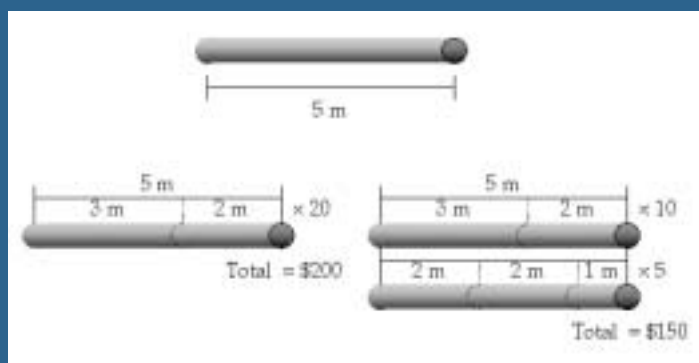
De hecho, la solución óptima para ambos objetivos se consigue al cortar 10 tubos a los tres m y cinco tubos más a los dos y a los cuatro m, o equivalentemente un patrón que corta la materia prima en dos tubos de dos m, con lo que de igual forma se cubre la demanda y se obtiene un desperdicio de sólo cinco m (cinco tubos de un m), con un costo total de sólo 150 pesos (fig. 2).

La figura dos expone conjuntos de patrones de corte diferentes que permiten satisfacer una demanda de 20 tubos de dos m y 10 de tres m a partir de una materia prima cuya dimensión es de cinco m. Obsérvese cómo el conjunto de patrones de la derecha permite responder a la demanda con cinco tubos menos que el conjunto de patrones (el patrón) de la izquierda.

Cabe advertir respecto a este ejemplo que si bien la solución óptima sólo hace uso de patrones eficientes, en general, esto no necesariamente es cierto, pues una solución para la demanda puede ser de 10 tubos de dos m y 12 más de tres m.

Otra observación es que cuando sólo hay una variación sobre las dimensiones

Figura 2 Conjunto de patrones





El desperdicio en los materiales es un costo directo que puede minimizarse si se utilizan patrones de corte eficientes.

originales de la materia prima, el PCG tiene la propiedad de que minimizar la cantidad de unidades de materia prima requeridas (costo total), lo que equivale a bajar al mínimo el desperdicio.

METODOLOGÍA

La heurística propuesta por Gilmore y Gomory (1961) es fundamentalmente una modificación al método Simplex, la cual emplea programación dinámica para determinar el nuevo patrón de corte a ingresar a la base. Esta modificación resulta sumamente útil pues en ningún

momento se hace necesario trabajar con el conjunto completo de patrones de corte, sólo se emplea un patrón de corte en caso de que éste forme parte de la solución o de un paso intermedio. Por limitantes de espacio se han excluido las ecuaciones en el presente trabajo, por ello se refiere al lector a la cita anterior para más detalles sobre el algoritmo y a la dirección de correo electrónico al principio del documento para obtener una versión completa del escrito.

Como ya se ha hecho mención, dentro de los pasos del algoritmo recursivo se debe introducir un nuevo patrón que mejore la solución del paso anterior. Para tal fin se puede encontrar el patrón de corte P mediante programación dinámica (Cormen, *et al.*, 1989). En el caso de no haber una solución para ninguna de las instancias del problema, entonces el patrón propuesto en ese paso es mínimo y éste se encuentra incluido en uno de los vectores construidos durante el proceso, siendo su primer elemento el costo y el resto de sus elementos el número de veces que fue elegido cada patrón para satisfacer la demanda. Finalmente, por eliminación Gaussiana se prescinde de uno de los patrones de la base y se agrega el último obtenido en el problema para iterar nuevamente, en caso de que el patrón final no haya sido el óptimo.

EJEMPLO DE APLICACIÓN A CORTES DE VARILLAS PARA MINIMIZAR EL DESPERDICIO

Supóngase que en una construcción los ingenieros han determinado que se requerirán 20 varillas de dos m, 10 de tres m y 20 más de cuatro m. Para satisfacer esta demanda los proveedores ofrecen tres distintos tipos de varillas: de cinco m con un precio de seis pesos, de seis m por siete pesos, y finalmente, de nueve m, cuyo costo es de 10 pesos. Al departamento de compras se le encomienda la tarea de determinar las cantidades y la forma de corte de dichos materiales para minimizar el costo total.

En el presente escrito no se reportan los pasos iterativos por cuestiones editoriales.

En la primera iteración se obtiene un costo total de 183.33. Cabe señalar que únicamente fueron necesarias cuatro iteraciones para converger al patrón de corte óptimo.

En este sentido, la solución óptima del problema se alcanza cuando se emplea un total de 20 varillas. Para determinar cuántas varillas y su forma de corte se observan los datos en las matrices A , x' y en c . En conjunción con el vector c , el vector x' establece que se deben utilizar cero varillas de siete pesos, 10 de 10 pesos y 10 de siete pesos.

La matriz A se formó con el vector $l=[2\ 3\ 4]^T$, entonces la primer fila se refiere a varillas cortadas en dos m, la segunda a varillas cortadas en tres m y la última fila a varillas cortadas en cuatro m.

Finalmente, del total de varillas y sus combinaciones, ninguna es de cinco m, 10 son de nueve m y 10 más de seis m. Las 10 varillas de nueve m se deben cortarse cada una en un tramo de dos m, uno de tres m y uno más de cuatro m. Por otro lado, las 10 varillas de seis m se cortan cada una en un tramo de dos m y uno de cuatro m. Lo anterior permite satisfacer la demanda de 20 varillas de dos m, 10 de tres m y 20 de cuatro m, todo con un costo mínimo de 170 pesos y no es necesario realizar alguna otra iteración.



CONCLUSIONES


El desperdicio en los materiales es un costo directo que puede minimizarse si se utilizan patrones de corte eficientes. El presente estudio propone el uso del algoritmo de Gilmore y Gomory, en conjunto con la programación dinámica de Cormen y colaboradores, para bajar al mínimo el desperdicio y por consiguiente el costo total de materiales. Vale la pena notar que la programación dinámica es necesaria para el proceso iterativo de minimización y la solución se obtiene rápidamente con la ayuda de una computadora personal.

En el presente escrito se presentaron los resultados para un ejemplo del corte de varillas y se observa en las iteraciones que el precio disminuye de 183.33 a 170.00, con un desperdicio nulo. La metodología puede utilizarse para otros materiales y formas de corte, por lo que se vislumbra un enorme potencial.

NOTA:

¹ Este texto es una versión corta del original. Los interesados en obtener el trabajo completo pueden solicitarlo al E-Mail: frivero@candeingenieros.com

* Gerente de Instrumentación Sísmica en la empresa de consultoría CANDE Ingenieros SA de CV. Profesor del Departamento de Ingeniería Civil en la Universidad Iberoamericana y del Departamento de Arquitectura, en el Centro Cultural Universitario Justo Sierra.

** Profesor e Investigador del Departamento de Posgrado e Investigación en la Universidad La Salle. Laboratorio de Investigación y Desarrollo de Tecnología Aplicada (LIDETEA). 

REFERENCIAS

- Kantorovich, LV, "Mathematical Methods of Organizing and Planning Production", *Management Science* 6, No. 4 (1960), 363-422.
- Gilmore P.C., R. E. Gomory,—"A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem", *Operations Research*, 8 (1961), 849-859.
- Cormen, TH, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, *Introduction to Algorithms*, MIT Press.